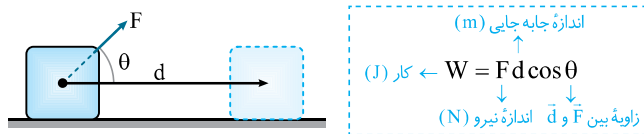


درس: کار نیروی ثابت

مفهوم کار

مفهوم کار در فیزیک با مفهوم آن در زندگی روزمره بسیار متفاوت است. در فیزیک هرگاه نیروی ثابت \vec{F} به جسمی وارد شود و جسم به اندازه d جابه‌جا شود، کار این نیرو به صورت زیر تعریف می‌شود:



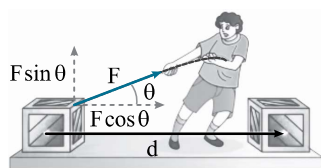
همان‌طور که می‌دانیم، \vec{d} بردار جابه‌جایی است که نقطه شروع حرکت را به نقطه پایانی وصل می‌کند و d در رابطه تعریف کار، اندازه جابه‌جایی است. \vec{F} بردار نیرو و F در رابطه تعریف کار، اندازه نیرو است و θ زاویه بین نیرو و جابه‌جایی است. به این ترتیب روشن می‌شود کار، کمیتی نرده‌ای است.

نکته یکای کار همان یکای انرژی یعنی ژول (J) است که معادل N.m (نیوتون‌متر) است.

هشدار: رابطه $W = Fd \cos \theta$ برای نیروهای ثابت قابل استفاده است، یعنی اندازه نیرو و زاویه بین نیرو و جابه‌جایی در طول مسیر باید ثابت بماند.

نکته‌ها

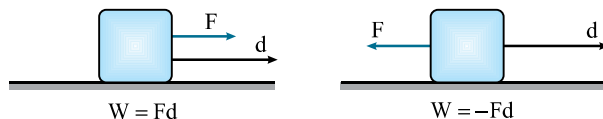
1 با توجه به تعریف کار، اگر زاویه بین نیرو و جابه‌جایی (θ) حاده باشد ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)، مقدار کار عددی مثبت و اگر زاویه بین نیرو و جابه‌جایی (θ) منفرجه باشد ($90^\circ < \theta \leq 180^\circ$)، مقدار کار عددی منفی و اگر زاویه بین نیرو و جابه‌جایی (θ) باشد 90° باشد یعنی نیرو بر جابه‌جایی عمود باشد، مقدار کار برابر صفر است.



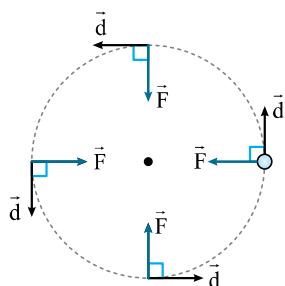
2 می‌توانیم مطابق شکل مقابل برای نیرو دو مؤلفه در نظر بگیریم، یکی موازی با جابه‌جایی ($F_x = F \cos \theta$) و دیگری عمود بر آن ($F_y = F \sin \theta$). مؤلفه‌ای از نیرو که بر جابه‌جایی عمود است (F_y) کاری روی جسم انجام نمی‌دهد و کار انجام‌شده روی جسم، تنها ناشی از مؤلفه‌ای از نیرو است که در راستای جابه‌جایی است (F_x). پس رابطه کار به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$W = (F \cos \theta) d$$

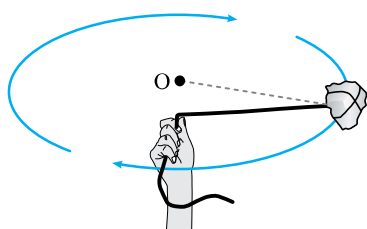
هرگاه نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت باشند، زاویه بین آن دو صفر است و مقدار کار برابر $W = Fd$ خواهد بود و اگر در خلاف جهت هم باشند، زاویه بین آن دو 180° است و مقدار کار برابر $W = -Fd$ است. یعنی هرگاه نیرو خلاف جهت حرکت و جابه‌جایی جسم وارد می‌شود؛ کار این نیرو الزاماً منفی است، مانند نیروی مقاومت هوا.



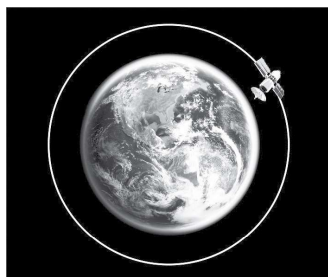
اگر جسمی روی یک مسیر دایره‌ای در حرکت باشد، کار نیرویی که به سمت مرکز دایره باشد برابر صفر است، زیرا نیروی وارد بر جسم در هر لحظه بر جابه‌جایی عمود است. بنابراین کار آن صفر است.



اگر تکه سنگی به طنابی بسته شده باشد و به کمک آن حول نقطه O روی سطح افقی دوران کند، کار نیروی کشش طناب (T) برابر صفر است.



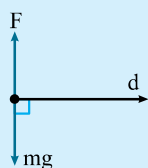
کار نیروی وزن بر ماهواره‌ای که با تندی ثابت دور زمین می‌چرخد، صفر است.



تست و پاسخ

تست: مطابق شکل، سطل پر از آبی به جرم 10 kg توسط شخصی به اندازه 4 m در راستای افقی جابه‌جا می‌شود. کار نیروی دست شخص در این جابه‌جایی چند ژول است؟

- (۱) ۲۰۰
(۲) ۳۰۰
(۳) ۴۰۰
(۴) صفر

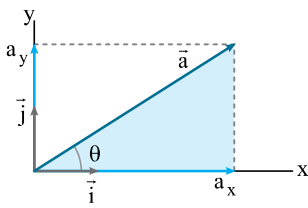


پاسخ: گزینه «۴». **گام اول:** ابتدا نیروی وارد بر سطل را حساب می‌کنیم. نیروی دست، برابر با نیروی وزن سطل و جهت آن در خلاف جهت وزن است: $F = mg = 100 \text{ N}$

گام دوم: از طرفی با توجه به اینکه نیروی دست و جابه‌جایی با هم زاویه 90° درجه می‌سازند، داریم:

$$W = Fd \cos \theta = 100 \times 4 \times \cos 90^\circ = 0$$

چرتکه



هر برداری مانند \vec{a} را می‌توان مطابق شکل روی محورهای x و y تجزیه کرد و مؤلفه‌های افقی و عمودی بردار را برحسب بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j} نوشت:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

اگر اندازه بردار \vec{a} و زاویه آن با افق معلوم باشد، می‌توان بردار را به کمک رابطه زیر برحسب بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j} نوشت:

$$\vec{a} = (a \cos \theta) \vec{i} + (a \sin \theta) \vec{j}$$

این رابطه به کمک نوشتن روابط مثلثاتی در مثلث رنگی در شکل به دست می‌آید:

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a_y}{a} \Rightarrow a_y = a \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{a_x}{a} \Rightarrow a_x = a \cos \theta$$

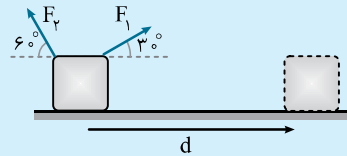
اگر برداری برحسب بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j} به صورت $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$ نوشته شده باشد، به کمک روابط زیر می‌توان اندازه بردار و زاویه بردار با افق را به دست آورد:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

تست و پاسخ

تست: به جسمی مطابق شکل دو نیروی ثابت F_1 و F_2 که $\frac{F_1}{F_2} = 2$ است، وارد شده و جسم روی سطح افقی به اندازه d جابه‌جا شده است. اگر



کار نیروی F_1 و F_2 به ترتیب برابر W_1 و W_2 باشد، مقدار $\frac{W_1}{W_2}$ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) -2
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $-2\sqrt{3}$
(۴) $2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه «۳». **گام اول:** ابتدا کار هر یک از نیروها را می‌نویسیم. توجه کنید که زاویه بین \vec{F}_1 و \vec{d} برابر 30° و زاویه بین \vec{F}_2 و \vec{d} برابر 120° است.

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \begin{cases} W_1 = F_1 d \cos 30^\circ \Rightarrow W_1 = F_1 \times d \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ W_2 = F_2 d \cos 120^\circ \Rightarrow W_2 = F_2 \times d \times \left(-\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1 d \frac{\sqrt{3}}{2}}{-F_2 d \frac{1}{2}} = -\frac{F_1}{F_2} \times \sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

گام دوم: حالا می‌ریم سرانگ نسبت فواسته شده:

تست: جسمی به جرم 3 kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی $\vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می‌شود و جسم روی محور x ، 10 متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی \vec{F} در این جابه‌جایی چند ژول است؟

(ریاضی فارج از کشور ۹۳)

- (۱) 250
(۲) 200
(۳) 150
(۴) 90

$$W = (F \cos \theta) d = F_x \times d \Rightarrow W = 15 \times 10 = 150 \text{ J}$$

پاسخ: گزینه «۳».

تذکره: اینکه به جای $F \cos \theta$ ، مقدار F_x را قرار می‌دهیم، وقتی درست است که بردار \vec{d} افقی و در راستای محور x هاست، در نتیجه مؤلفه‌ای از \vec{F} که موازی است، همان F_x است ولی اگر بردار \vec{d} عمودی و یا مایل باشد، نمی‌توان به جای $F \cos \theta$ مقدار F_x را قرار داد، زیرا F_x مؤلفه افقی نیروست و در همه مسائل لزوماً مؤلفه افقی نیرو، موازی بردار جابه‌جایی نیست.

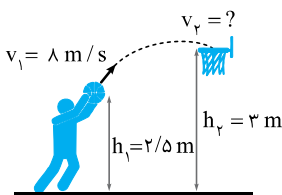
خوب است بدانید

اگر بردار نیرو به صورت $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$ و جابه‌جایی به صورت $\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$ داده شده باشد، کار نیروی \vec{F} به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

چراغ قوه

مثال: شکل زیر ورزشکاری را در حال پرتاب توپ بسکتبال با تندی $v_1 = 8 \text{ m/s}$ به طرف سبد نشان می‌دهد. تندی توپ هنگام رسیدن به دهانه سبد، چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید و $g = 10 \text{ N/kg}$)
(برگرفته از کتاب درسی)



- ۱ ابتدا با توجه به معلومات و مجهولات مسئله، دو موقعیت از جسم را انتخاب کنید و با دو نماد متفاوت A و B یا ۱ و ۲ مشخص کنید؛ بنابراین در این مثال، موقعیت ۱ را لحظه پرتاب و موقعیت ۲ را لحظه ورود به سبد به نظر می‌گیریم.
- ۲ مبدأ انرژی پتانسیل را مشخص کنید. معمولاً بهتر است که بین دو موقعیت انتخاب شده، نقطه‌ای را که در سطح پایین‌تری قرار دارد، به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل (یعنی نقطه‌ای که انرژی پتانسیل آن صفر است) انتخاب کنید؛ بنابراین مبدأ انرژی پتانسیل را موقعیت ۱ در نظر می‌گیریم.
- ۳ انرژی جنبشی و پتانسیل را در هر دو وضعیت مشخص کنید (در واقع انرژی مکانیکی در هر وضعیت را معلوم کنید).

$$E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \times 8^2 = 32m$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 = m \times 10 \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2}mv_2^2 = 4m + \frac{1}{2}mv_2^2$$

- ۴ انرژی مکانیکی سامانه (دستگاه) را در دو موقعیت مشخص شده با هم برابر قرار دهید و از این معادله، مجهولات مسئله را به دست آورید.

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 32m = 4m + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 28m = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 56 \Rightarrow v_2 = 3\sqrt{6} \text{ m/s}$$

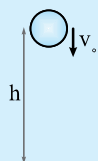
هشدار: در این روش می‌توانستیم سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل بگیریم و در پاسخ مسئله تفاوتی نداشت.

توجه: معمولاً مسائلی که با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی حل می‌شوند، به کمک قضیه کار و انرژی جنبشی نیز قابل حل هستند. در برخی از نمونه تست‌هایی که در ادامه آمده است، هر دو روش بیان شده است.

نکته: انرژی پتانسیل (U) در تعریف انرژی مکانیکی، شامل انواع انرژی‌های پتانسیل گرانشی، کشسانی و ... است و اگر در مسئله‌ای چند نوع انرژی پتانسیل وجود داشته باشد، به جای U باید مجموع همه انرژی‌های پتانسیل را جای‌گذاری کنیم.

تست و پاسخ

تست: جسمی از ارتفاع h از سطح زمین با تندی v_0 به سمت پایین پرتاب می‌شود. تندی آن هنگام رسیدن به سطح زمین، برابر کدام گزینه است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید).



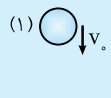
$$\sqrt{v_0^2 + gh} \quad (2)$$

$$\sqrt{v_0^2 - gh} \quad (1)$$

$$\sqrt{v_0^2 + 2gh} \quad (4)$$

$$\sqrt{v_0^2 - 2gh} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه «۴». **روش اول اصل پایستگی انرژی مکانیکی:** موقعیت ۱ را لحظه پرتاب و موقعیت ۲ را لحظه رسیدن به زمین در نظر می‌گیریم و مبدأ انرژی پتانسیل را در موقعیت ۲ فرض می‌کنیم:



$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh + \frac{1}{2}mv_0^2, \quad E_2 = U_2 + K_2 = 0 + \frac{1}{2}mv_2^2$$



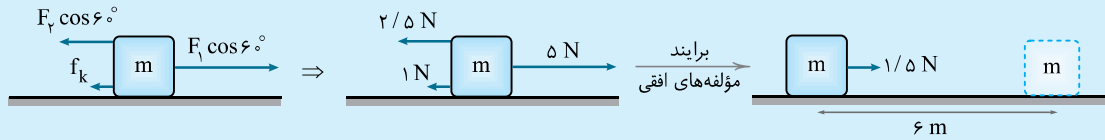
$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

روش دوم قضیه کار - انرژی جنبشی: تنها نیروی وارد بر جسم، وزن جسم است، بنابراین $W_{جس} = W_{mg}$ است:

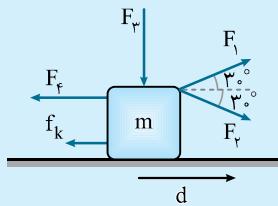
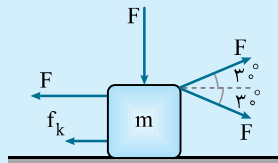
$$W_{جس} = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_2^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = v_0^2 + 2gh \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

روشن دوم مؤلفه‌های افقی (در راستای جابه‌جایی) \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را حساب می‌کنیم، سپس برابری آن‌ها را می‌نویسیم:



$$W_t = 1/5 \times 6 = 9 \text{ J}$$



تست: در شکل زیر اگر چهار نیروی هم‌اندازه F مطابق شکل بر جسمی وارد شوند و کار کل انجام شده روی جسم در جابه‌جایی افقی به سمت راست صفر باشد، در این صورت اندازه نیروی اصطکاک چند برابر F است؟

$$\sqrt{3} - 1 \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه «۲»

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_{f_k}$$

$$\Rightarrow 0 = Fd \cos 30^\circ + Fd \cos 30^\circ + Fd \cos 90^\circ + Fd \cos 180^\circ + f_k d \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow 0 = Fd \frac{\sqrt{3}}{2} + Fd \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 - Fd - f_k d \Rightarrow f_k d = (\sqrt{3} - 1)Fd \Rightarrow \frac{f_k}{F} = \sqrt{3} - 1$$

جمع‌بندی:

| موضوع | عنوان | رابطه | توضیحات |
|-------|------------------|---|---|
| کار | تعریف کار | $W = Fd \cos \theta$ | فقط برای نیروهای ثابت برقرار است. θ زاویه بین \vec{F} و \vec{d} است. |
| | کار نیروی وزن | $W = +mgh$ $W = -mgh$ | هرگاه جسم پایین برود، کار وزن مثبت و هرگاه جسم بالا برود، کار وزن منفی است. |
| | کار نیروی اصطکاک | $W = -f_k d$ | - |
| | کار کل | $W_t = W_1 + W_2 + \dots$, $W_t = W_{F_T}$ | - |

پرسش‌های چهارگزینه‌ای درس اول

۴۲۵. کار چه نوع کمیتی است و یکای اندازه‌گیری آن در SI کدام است؟

- ۱ نرده‌ای، $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ ۲ نرده‌ای، J ۳ برداری، $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ ۴ برداری، J

۴۲۶. چه تعداد از کارهای زیر برابر صفر است؟

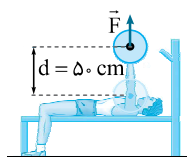
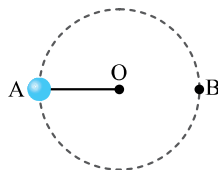
- الف) کار نیروی وزن هنگامی که جسم روی سطح افقی حرکت می‌کند.
ب) کار نیروی عکس‌العمل عمودی سطح هنگامی که جسم روی سطح افقی حرکت می‌کند.
پ) کار نیروی جاذبه زمین در حرکت ماهواره‌ای که به دور زمین می‌چرخد.
- ۱ ۲ ۳ ۴

۴۲۷. تکه سنگی به جرم $1/5 \text{ kg}$ مطابق شکل، به ریسمان سبکی به طول 120 cm متصل است و در یک مسیر دایره‌ای حول یک نقطه ثابت می‌چرخد. کار انجام شده توسط نیروی کشش ریسمان هنگام جابه‌جایی گلوله از نقطه A به B چند ژول است؟

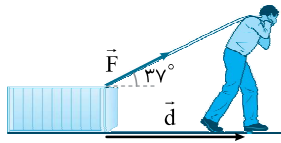
- ۱ صفر ۲ ۱۸ ۳ ۲۴ ۴ ۳۰

۴۲۸. مطابق شکل، یک ورزشکار وزنه‌ای به جرم 80 kg را به‌طور یکنواخت، 50 cm بالای سر خود می‌برد و پس از مدتی وزنه را به آرامی در همان راستا پایین می‌آورد. کار انجام شده توسط ورزشکار هنگام بالا بردن وزنه و پایین آوردن آن، به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

- ۱ 200 و -200 ۲ 400 و -400 ۳ -200 و 200 ۴ -400 و 400



۴۲۹. شخصی مطابق شکل، جعبه‌ای به جرم 15 kg را با نیروی ثابت $F = 120 \text{ N}$ روی سطحی هموار و با اصطکاک ناچیز به اندازه 15 m جابه‌جا می‌کند. کار انجام‌شده توسط نیروی شخص و نیروی وزن جعبه به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟ $(g = 10 \text{ N/kg}$ و $\sin 37^\circ = 0.6)$ (برگرفته از کتاب درسی)



- ۱) 1080 و 2250
۲) 1440 و 2250
۳) 1080 و صفر
۴) 1440 و صفر

۴۳۰. نیروی $\vec{F} = (30 \text{ N})\vec{i} + (40 \text{ N})\vec{j}$ به جسمی به جرم 5 kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازه $\Delta x = (6 \text{ m})\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی \vec{F} در این جابه‌جایی چند ژول است؟ (تجربی ۹۸)

- ۱) 180
۲) 240
۳) 300
۴) 420

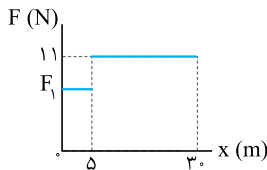
۴۳۱. جسمی به جرم 3 kg روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت $\vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j}$ (در SI) به جسم وارد می‌شود و جسم روی محور x ، 10 متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروی F در این جابه‌جایی چند ژول است؟ (ریاضی خارج از کشور ۹۳)

- ۱) 350
۲) 200
۳) 150
۴) 90

۴۳۲. شخصی در طبقه سوم ساختمان، سوار آسانسور می‌شود و به طبقه دهم می‌رود. جرم شخص 70 kg است و یک کوله‌پشتی به جرم 5 kg بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت 6 m را در مدت 2 s با سرعت ثابت طی می‌کند. در این 2 s ، کار نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند، چند ژول است؟ $(g = 10 \text{ m/s}^2)$ (تجربی ۹۶)

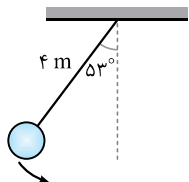
- ۱) صفر
۲) 3900
۳) 4200
۴) 4500

۴۳۳. نمودار بزرگی نیروی افقی وارد بر جسمی که روی محور افقی x حرکت می‌کند، برحسب جابه‌جایی جسم مطابق شکل است. اگر کار انجام‌شده توسط این نیرو در جابه‌جایی از $x = 0$ تا $x = 30 \text{ m}$ برابر 315 J باشد، بزرگی F_1 چند نیوتون است؟



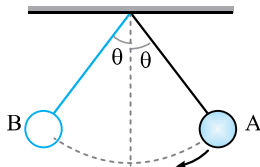
- ۱) 7
۲) $7/5$
۳) 8
۴) $8/5$

۴۳۴. جسمی به جرم 2 kg توسط ریسمانی به طول 4 m مطابق شکل از یک سقف آویزان است. اگر جسم را رها کنیم تا هنگامی که به پایین‌ترین نقطه مسیر می‌رسد، کار نیروی وزن چند ژول است؟ $(g = 10 \text{ N/kg}$ و $\cos 53^\circ = 0.6)$



- ۱) $+32$
۲) -32
۳) $+48$
۴) -48

۴۳۵. گلوله‌ای مطابق شکل، توسط نخ از سقف آویزان است. گلوله را از نقطه A رها می‌کنیم تا روی مسیر نشان‌داده‌شده حرکت کرده و در طرف دیگر به نقطه B برسد. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، کدام گزینه در مورد کار نیروی کشش نخ و نیروی وزن در این مسیر درست است؟



- ۱) کار نیروی کشش نخ همواره منفی است.
۲) کار نیروی کشش نخ ابتدا مثبت و سپس منفی است.
۳) کار نیروی وزن در هر جابه‌جایی دلخواه از مسیر، صفر است.
۴) کار نیروی وزن در ابتدا مثبت و سپس منفی است.

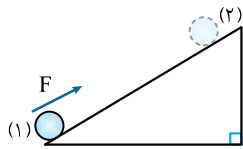
۴۳۶. جسمی به جرم 5 kg به اندازه 2 m روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی 10 N باشد، کار نیروی اصطکاک برابر چند ژول است؟ $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- ۱) 20
۲) -20
۳) 200
۴) -200

۴۳۷. پرنده‌ای به جرم $1/2 \text{ kg}$ ، روی مسیر مستقیم پرواز می‌کند. اگر نیروی مقاومت هوای وارد بر پرنده برابر با $2/4 \text{ N}$ باشد، کار نیروی مقاومت هوا روی پرنده در طی 4 متر از مسیر، چند ژول است؟

- ۱) $+9/6$
۲) $-9/6$
۳) $+11/5$
۴) $-11/5$

۴۳۸. مطابق شکل، جسمی به جرم m توسط نیروی ثابت F روی سطح شیب‌دار از نقطه ۱ به نقطه ۲ منتقل می‌شود و کار نیروی اصطکاک در این جابه‌جایی برابر W است. اگر جسم از نقطه ۲ تا نقطه ۱ جابه‌جا شود و بزرگی نیروی اصطکاک در مسیر ثابت باشد، کار نیروی اصطکاک در مسیر بازگشت و در کل مسیر رفت و برگشت، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- ۱ $-W$ و صفر
۲ W و صفر
۳ $-W$ و $2W$
۴ W و $2W$

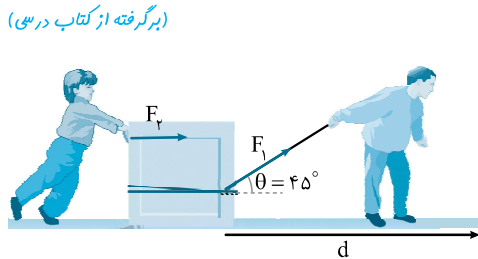
در تست‌های زیر با کار کل (کاربرایند نیروها) روبه‌رو هستیم:

۴۳۹. کشاورزی توسط تراکتور، سورت‌های پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازه 100 m جابه‌جا می‌کند. وزن کل سورت‌ها و بار آن 10000 N است و تراکتور مطابق شکل، نیروی ثابت $F = 6000\text{ N}$ را در زاویه $\theta = 6^\circ$ بالای افق به سورت‌ها وارد می‌کند. اگر بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 1500\text{ N}$ باشد، کار کل انجام‌شده روی سورت‌ها چند کیلوژول است؟



- ۱ 150
۲ 450
۳ 1150
۴ 1450

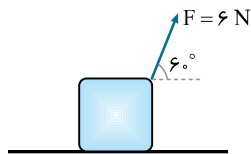
۴۴۰. پدر و پسر به ترتیب نیروی ثابت $F_1 = 150\text{ N}$ و $F_2 = 60\text{ N}$ را بر جعبه‌ای مطابق شکل وارد می‌کنند و جعبه روی سطح افقی به اندازه 20 m جابه‌جا می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی بین سطح افقی و جعبه $f_k = 20\text{ N}$ باشد، کار کل انجام‌شده روی جعبه در این جابه‌جایی چند ژول است؟



$$(\sqrt{2} = 1/4)$$

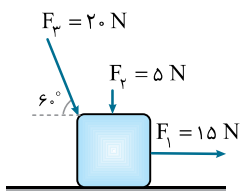
- ۱ 2400
۲ 2700
۳ 2900
۴ 3700

۴۴۱. مطابق شکل، جسمی به جرم 5 kg توسط نیروی ثابت $F = 6\text{ N}$ به اندازه 4 m روی سطح افقی جابه‌جا می‌شود. اگر اندازه نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی برابر 2 N باشد، کار برایند نیروهای وارد بر جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



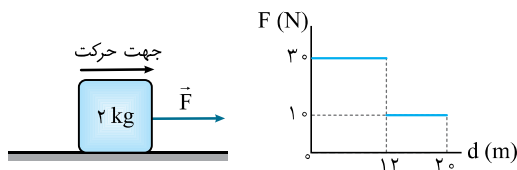
- ۱ 20
۲ 12
۳ 8
۴ 4

۴۴۲. مطابق شکل، سه نیروی ثابت $F_1 = 15\text{ N}$ ، $F_2 = 5\text{ N}$ و $F_3 = 20\text{ N}$ بر جسمی به جرم 2 kg وارد می‌شوند و جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک جابه‌جا می‌شود. کار کل انجام‌شده روی جسم پس از 10 m جابه‌جایی، چند ژول است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



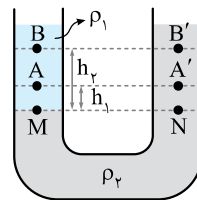
- ۱ 150
۲ 200
۳ 250
۴ 300

۴۴۳. مطابق شکل، جسمی به جرم 2 kg توسط نیروی افقی \vec{F} روی سطح دارای اصطکاک کشیده می‌شود و نمودار تغییرات اندازه نیروی \vec{F} بر حسب جابه‌جایی جسم به صورت زیر است. اگر کار کل انجام‌شده روی جسم در این جابه‌جایی 330 J باشد، کار نیروی اصطکاک وارد بر جسم چند ژول است؟



- ۱ -560
۲ -410
۳ -230
۴ -110

۴۱۹. گزینه ۳



گام اول: با توجه به شکل، فشار در نقاط M و N برابر است. برای مقایسه فشار در نقاط A و A' داریم (چون فشار هوا در دو طرف برابر است، آن را نمی‌نویسیم):

$$P_M = P_N$$

$$P_A + \rho_1 g h_1 = P_{A'} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_A - P_{A'} = g h_2 (\rho_2 - \rho_1) \quad (1)$$

با توجه به شکل $\rho_2 > \rho_1$ است، بنابراین $P_A > P_{A'}$ است.

گام دوم: برای مقایسه فشار در نقاط B و B' هم به‌طور مشابه داریم:

$$P_M = P_N$$

$$P_B + \rho_1 g h_2 = P_{B'} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow P_B - P_{B'} = g h_2 (\rho_2 - \rho_1) \quad (2)$$

$$\rho_2 > \rho_1 \Rightarrow P_B > P_{B'}$$

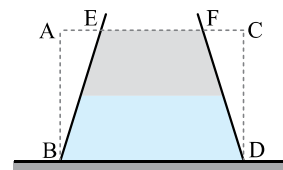
گام سوم: چون $h_2 > h_1$ است، بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

۴۲۰. گزینه ۲: چون جرم ظرف ناچیز است، بنابراین:

$$F' = W_1 + W_2$$

با توجه به اینکه $V_{BDFE} < V_{ABCD}$ بنابراین داریم:

$$F > W_1 + W_2$$



۴۲۱. گزینه ۴: چون درون نیمکره‌ها خلأ است، هوای محیط از دو طرف نیمکره‌ها نیروی F به‌کره وارد می‌کند. می‌دانیم $F = PA$ است. بنابراین نیروی خالص ناشی از اختلاف فشار برابر می‌شود با:

$$F = \Delta P \times A = \Delta P \times \pi R^2 \Rightarrow F \propto R^2$$

۴۲۲. گزینه ۱: ارتفاع قائم جیوه از سطح آزاد آن (h) برابر است با:

$$\theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{9} \Rightarrow h = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ cm}$$

گام دوم: از ۷۶ cmHg فشار هوا، ۴۵ cmHg آن به‌وسیله فشار ناشی از ستون جیوه خنثی می‌شود و مابقی به انتهای لوله وارد می‌شود. نیرویی که جیوه بر انتهای لوله وارد می‌کند، برابر است با:

$$F = PA = \rho g h A = 13 \times 10^3 \times 10 \times (76 - 45) \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-4} = 16/12 \text{ N}$$

۴۲۳. گزینه ۲: با توجه به معادله پیوستگی، هرچه مساحت بیشتر باشد، تندی کمتر خواهد بود و با توجه به اصل برنولی اگر تندی کاهش پیدا کند، فشار افزایش می‌یابد؛ بنابراین فشار در نقطه B بیشتر از نقطه A است. در نتیجه مایع در شاخه سمت چپ بالا می‌رود.

$$\rho = 300 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^{-3} \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 300 \text{ kg/m}^3$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_B = P_A + \rho g h \Rightarrow P_B - P_A = \rho g h$$

$$\Rightarrow 4000 = 300 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{4}{3} \text{ m}$$

۴۲۴. گزینه ۱: فشار در حالت اول را P_1 و در حالت دوم را P_2 می‌نامیم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{F_2}{A_2}}{\frac{F_1}{A_1}} \xrightarrow{A=\pi r^2} \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (1)$$

گام دوم: در حالت دوم، می‌خواهیم فشار وارد بر سطح نصف شود و جای دو قاعده برعکس گردد:

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= r_1 \\ P_2 &= \frac{1}{4} P_1 \end{aligned} \right\} (2)$$

گام سوم: با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} &= \frac{F_2}{F_1} \times \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \lambda \\ F_1 &= mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_2 = \lambda mg$$

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \lambda mg - mg = \gamma mg$$

پس وزنه‌ای γ برابر وزن مخروط باید به آن اضافه کنیم.

۴۲۵. گزینه ۲: با توجه به اینکه کار از جنس انرژی است، پس یکای آن در SI ژول است. از طرفی کار به جهت وابسته نیست، پس کمیتی نرده‌ای است.

۴۲۶. گزینه ۳: هر سه نیرو بر جابه‌جایی عمود هستند، پس کار انجام‌شده توسط هر سه نیرو صفر است.

۴۲۷. گزینه ۱: نیروی کشش ریسمان در هر لحظه بر مسیر حرکت (بردار جابه‌جایی) عمود است. از طرفی چون $\cos 90^\circ = 0$ ، برابر صفر است، بنابراین کار انجام‌شده در این فرایند صفر خواهد بود.

۴۲۸. گزینه ۲: ابتدا نیروی وارد بر وزنه را حساب می‌کنیم. وقتی وزنه به‌صورت یکنواخت بالا یا پایین می‌رود، یعنی براینده نیروهای وارد بر وزنه صفر است، بنابراین اندازه نیروی دست وزنه‌بردار با اندازه نیروی وزن در هر دو مسیر، یکسان خواهد بود:

$$F = mg = 80 \times 10 = 800 \text{ N}$$

گام دوم: مطابق شکل، هنگامی که وزنه به‌سمت بالا می‌رود، نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت بوده و بنابراین زاویه بین این دو بردار، صفر است:

$$W = Fd \cos \theta = 800 \times 0.5 / \cos 0^\circ = 400 \text{ J}$$

گام سوم: از طرفی وقتی وزنه به‌سمت پایین می‌آید، بردار نیرو و جابه‌جایی با هم زاویه 180° درجه می‌سازند، پس:

$$W = Fd \cos \theta = 800 \times 0.5 / \cos 180^\circ = -400 \text{ J}$$

۴۲۹. گزینه ۴: با جای‌گذاری داده‌های مسئله در رابطه کار،

کار نیروی F را حساب می‌کنیم: $W = Fd \cos 37^\circ = 120 \times 15 \times 0.8 = 1440 \text{ J}$

گام دوم: نیروی وزن بر راستای جابه‌جایی عمود است، پس کار نیروی وزن صفر خواهد بود (چون $\cos 90^\circ$ برابر صفر است).

۴۳۰. گزینه ۱: چون جابه‌جایی در راستای محور x (محور افقی) است، فقط مؤلفه افقی نیرو (F_x) کار انجام می‌دهد و کار نیروی عمودی (F_y) در این جابه‌جایی صفر است:

$$W = F_x \times \Delta x = 30 \times 6 = 180 \text{ J}$$

انتی‌تیشم

$$\vec{F} = 30\vec{i} + 40\vec{j} \Rightarrow W = 30 \times 6 + 40 \times 0 = 180 \text{ J}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta x} = \vec{i}$$

۴۳۱. گزینه ۳:

$$\vec{F} = 15\vec{i} + 20\vec{j} \Rightarrow W = 15 \times 10 = 150 \text{ J}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta x} = \vec{i}$$

۴۳۲. گزینه ۴: چون آسانسور با سرعت ثابت حرکت می‌کند، مقدار نیروی ناشی از کف آسانسور با نیروی وزن کل (شخص + کوله‌پشتی) با هم برابر است:

$$F_N = mg = (70 + 5) \times 10 = 750 \text{ N}$$

با توجه به اینکه نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت است، با کمک رابطه کار داریم:

$$W = F_N d \cos \theta = 750 \times 6 \times \cos 0^\circ = 4500 \text{ J}$$

۴۳۹. گزینه ۱ | **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را به دست می آوریم:

$$W_F = Fd \cos \theta = 6000 \times 100 \times \cos 60^\circ = 300000 \text{ J} = 300 \text{ kJ}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -15000 \times 100 = -1500000 \text{ J} = -1500 \text{ kJ}$$

$$W_{mg} = mgd \cos \theta = 10000 \times 100 \times \cos 90^\circ = 0$$

گام دوم کار کل، از مجموع تمام کارها به دست می آید:

$$W_t = W_F + W_{f_k} + W_{mg} = 300 - 1500 + 0 = -1200 \text{ kJ}$$

۴۴۰. گزینه ۳ | **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را حساب می کنیم:

$$W_1 = F_1 d \cos \theta_1 = 150 \times 20 \times \cos 45^\circ = 2100 \text{ J}$$

$$W_2 = F_2 d \cos \theta_2 = 60 \times 20 \times \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -20 \times 20 = -400 \text{ J}$$

گام دوم کار کل از مجموع تمام کارها به دست می آید:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_{f_k} = 2100 + 0 - 400 = 1700 \text{ J}$$

۴۴۱. گزینه ۴ | **گام اول** ابتدا کار هر یک از نیروها را حساب می کنیم:

$$W_F = Fd \cos \theta = 6 \times 4 \times \cos 60^\circ = 12 \text{ J}$$

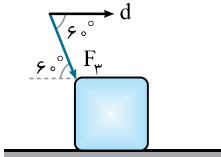
$$W_{f_k} = -f_k d = -2 \times 4 = -8 \text{ J}$$

گام دوم با جمع هر یک از کارها، کار کل را به دست می آوریم:

$$W_t = W_F + W_{f_k} = 12 - 8 = 4 \text{ J}$$

۴۴۲. گزینه ۳ | **گام اول**

$$W_1 = F_1 d \cos \theta = 150 \times 10 \times 1 = 1500 \text{ J}$$



زاویه نیروی F_1 و جابه جایی 60° درجه است (برای درک بهتر کافی است از ابتدای بردار نیرو، برداری در جهت جابه جایی رسم کنید و زاویه بین جابه جایی و نیرو را به دست آورید). طبق قضیه خطوط موازی و مورب:

$$W_2 = F_2 d \cos 60^\circ \Rightarrow W_2 = 20 \times 10 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ J}$$

$$W_{mg} = mgd \cos 90^\circ = 0$$

گام دوم حالا کافی است کار کل را با جمع کار هر نیرو به دست آوریم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_{mg} = 1500 + 100 + 0 = 1600 \text{ J}$$

۴۴۳. گزینه ۴ | **گام اول** ابتدا کار هر نیرو را به نسبت جابه جایی آن به دست می آوریم، توجه داشته باشید که چون نیروی F به صورت افقی است، $\cos \theta$

$$W_1 = F_1 d_1 \cos \theta = 30 \times 12 = 360 \text{ J}$$

را برابر ۱ در نظر می گیریم:

$$W_2 = F_2 d_2 \cos \theta = 10 \times (20 - 12) = 80 \text{ J}$$

توجه داشته باشید که مسافت طی شده در زمان اعمال نیروی F_2 ، به اندازه مسافت ۱۲ تا ۲۰ متر، یعنی ۸ متر خواهد بود.

گام دوم کار کل، برابر جمع کار هر یک از نیروها است، بنابراین داریم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_{f_k} \Rightarrow 360 = 360 + 80 + W_{f_k} \Rightarrow W_{f_k} = -110 \text{ J}$$

۴۴۴. گزینه ۱ | حداکثر کار زمانی اتفاق می افتد که نیرو در جهت جابه جایی باشد (چون در این حالت، $\cos \theta$ بیشترین مقدار است)، بنابراین داریم:

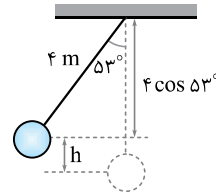
$$W = Fd \cos \theta = 40 \times 8 \times \cos 0^\circ = 320 \text{ J}$$

۴۳۳. گزینه ۳ | با توجه به افقی بودن نیرو، زاویه بین نیرو و جابه جایی صفر است. کافی است هر نیرو را در جابه جایی آن ضرب کرده و با مقدار کار برابر قرار دهیم:

$$W = F_1 d_1 + F_2 d_2 \Rightarrow 315 = F_1 \times 5 + 11 \times (30 - 5)$$

$$\Rightarrow 315 = 5F_1 + 275 \Rightarrow 5F_1 = 40 \Rightarrow F_1 = 8 \text{ N}$$

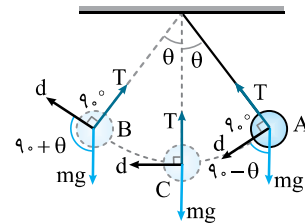
۴۳۴. گزینه ۱ | مطابق شکل، جسم به اندازه h پایین آمده است:



$$h = 4 - 4 \cos 53^\circ = 1/6 \text{ m}$$

$$W_{mg} = +mgh = 2 \times 10 \times (1/6) = 3.33 \text{ J}$$

۴۳۵. گزینه ۴ | **گام اول** ابتدا برای درک بهتر مسئله، بردار جابه جایی، نیروی وزن و نیروی کشش نخها (T) را در هر سه لحظه A، B و C رسم می کنیم:



گام دوم نیروی کشش نخ در این سه لحظه (و در تمامی لحظات) بر بردار جابه جایی عمود است، بنابراین کار نیروی کشش نخ در تمامی مسیر صفر است، پس گزینه های «۱» و «۲» نادرست هستند.

گام سوم در نقطه A، نیروی وزن و بردار جابه جایی، زاویه حاده (کمتر از 90° درجه) می سازند، در نقطه C، این دو بردار بر هم عمودند و در نقطه B با هم زاویه منفرجه (بیش از 90° درجه) می سازند، چون کسینوس زوایای کمتر از 90° درجه عددی مثبت است، پس کار نیروی وزن در نقطه A مثبت و چون کسینوس زوایای بیشتر از 90° درجه منفی است، پس کار نیروی وزن در نقطه B منفی است، از طرفی چون $\cos 90^\circ = 0$ است، پس کار نیروی وزن در نقطه C صفر است، بنابراین می توان نتیجه گرفت که کار نیروی وزن ابتدا مثبت بوده، سپس کاهش می یابد و صفر می شود و در نهایت منفی خواهد بود.

۴۳۶. گزینه ۲ | **نکته** نیروی اصطکاک اغلب مخالف جهت حرکت است، بنابراین زاویه بین نیروی اصطکاک و جابه جایی، 180° درجه بوده و داریم:

$$W_{f_k} = -f_k d$$

حال با جای گذاری داده های مسئله در رابطه کار، مطلوب سؤال را به دست می آوریم:

$$W_{f_k} = -f_k d = -10 \times 2 = -20 \text{ J}$$

۴۳۷. گزینه ۲ | جهت نیروی مقاومت هوا، برخلاف جهت بردار جابه جایی است، بنابراین زاویه بین این دو بردار 180° درجه است، پس داریم:

$$W = Fd \cos \theta = 2/4 \times 4 \times \cos 180^\circ = -9/6 \text{ J}$$

۴۳۸. گزینه ۴ | کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت، به دلیل برابر بودن نیروی اصطکاک و فاصله یکسان است، پس کار در مسیر برگشت W و در مجموع رفت و برگشت $2W$ است، توجه کنید که هم در مسیر رفت و هم در مسیر برگشت، زاویه بین نیروی اصطکاک و جابه جایی، یکسان و برابر 180° است.